

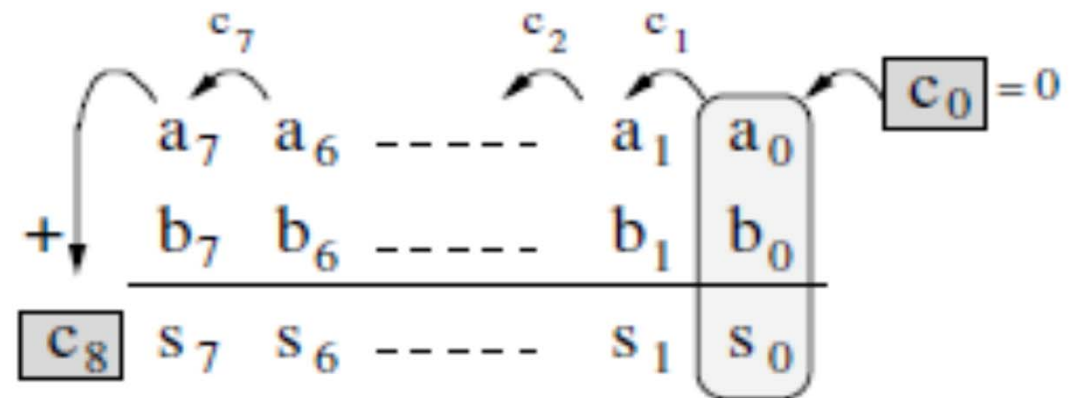
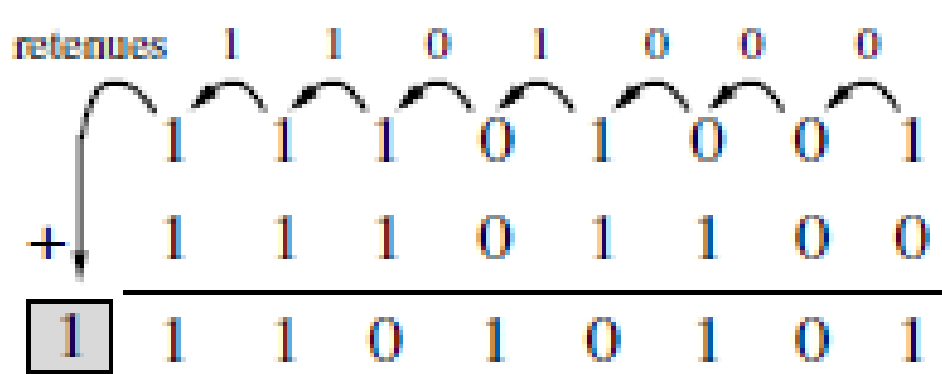
Architecture des ordinateurs

3bis – Arithmétique binaire

Philippe Darche
IUT Paris Descartes

Arithmétique binaire

- Exemple d'une addition en binaire naturel
Soit à calculer $S = A + B$ (format $n = 8$)



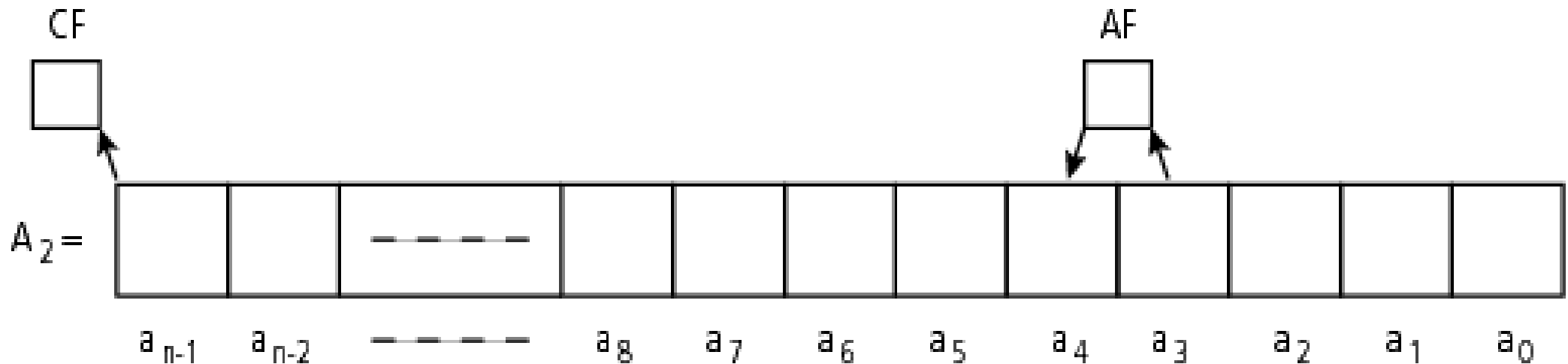
- règles de calcul étudiées en TD

L'addition binaire au format n

- Besoins matériels
 - 1 demi-additionneur (*half-adder*)
 - n-1 additionneurs complets (*full-adder*)

Retenue et demi-retenue

- La retenue générée en position 3 se nomme la demi-retenue (*half carry*) ou retenue auxiliaire (*auxiliary carry*)
 - indicateur binaire AF dans le registre d'état du MPU
 - utile pour les calculs en BCD

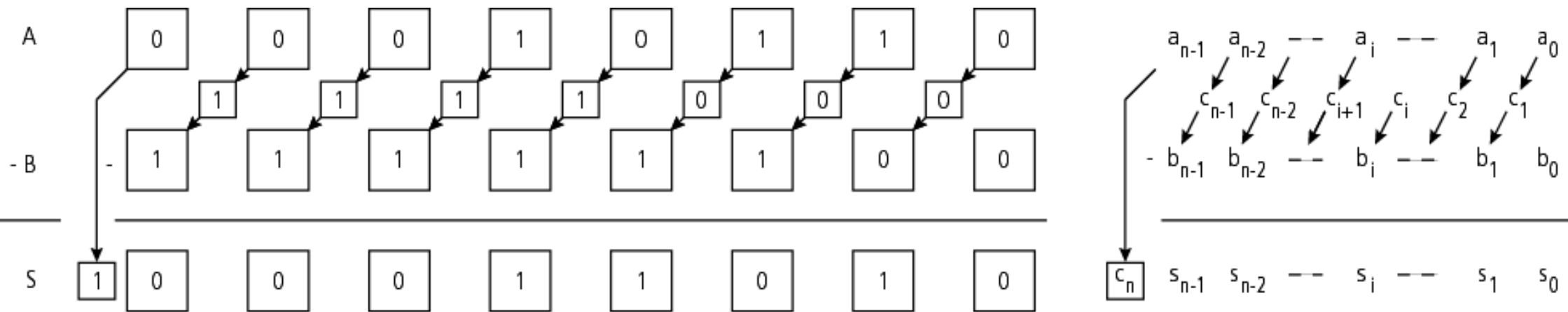


Contrôle du résultat en machine

- Le CPU (*Central Processing Unit*) annonce la validité du résultat à chaque addition
 - indicateur ou drapeau CF (*Carry Flag*) dans son registre d'état
 - indicateur de dépassement de format pour addition et soustraction sur entiers naturels (*i.e.* non signés)

Arithmétique binaire

- Exemple d'une soustraction en binaire naturel
Soit à calculer $S = A - B$ (format $n = 8$)



- règles de calcul étudiées en TD

La soustraction binaire au format n

- Besoins matériels
 - 1 demi-soustracteur (*half-subtractor*)
 - n-1 soustracteurs complets (*full-subtractor*)
- Contrôle du résultat en machine
 - le dernier emprunt (*borrow*) est rangé dans l'indicateur CF

Arithmétique binaire

- La multiplication binaire
 - opération à effectuer : $P = A \times B$
 - vocabulaire :
 - le nombre A au format n : le multiplicande
 - le nombre B au format m : le multiplicateur
 - le nombre P au format o : le produit
 - format maximal $o_{\max} = n + m$

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ \hline 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

La multiplication binaire

- Notion de produit partiel

$$\begin{array}{r} a_1 \\ \times b_1 \\ \hline a_1 \times b_0 \\ a_0 \times b_1 \\ \hline \end{array}$$

$\boxed{c_3}$ p_2 p_1 p_0

Arithmétique binaire

- La division binaire
 - opération à effectuer : $Q = N \div D$
($N = Q \times D + R$)
 - vocabulaire :
 - le nombre N au format m : le dividende
 - le nombre D au format n : le diviseur
 - le nombre P au format o : le produit
 - cas particulier : la division par zéro
 - ⇒ lever d'une exception en machine

La division binaire

□ Exemples

$\begin{array}{r l} 446 & 5 \\ 46 & 89 \\ 1 & \end{array}$	étape 0	$\begin{array}{r l} 446 & 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r l} 446 & 5 \\ \hline \end{array}$
	étape 1	$\begin{array}{r l} -40 & \\ \hline 04 & \\ \hline 046 & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r l} 446 & 5 \\ \hline 40 & \\ \hline 04 & \\ \hline 046 & \\ \hline \end{array}$
	étape 2	$\begin{array}{r l} -45 & \\ \hline 01 & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r l} 446 & 5 \\ \hline 40 & \\ \hline 04 & \\ \hline 046 & \\ \hline 45 & \\ \hline 01 & \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 1\ 1011\ 1110 \\ - 1\ 01 \\ \hline 0\ 01 \\ \hline 0\ 0111 \\ - 1\ 01 \\ \hline 010 \\ \hline 010\ 1 \\ - 1\ 01 \\ \hline 00\ 0 \\ \hline 0110 \\ - 1\ 01 \\ \hline 001 \end{array}$	$\begin{array}{r} 101 \\ \hline 101\ 1001 \end{array}$
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------

⇒ suite de multiplications-comparaisons

□ Format maximal $o_{\max} = n + m$

Conclusions

- Le format de travail n est important car il décide de la validité d'un calcul en machine
- En base 2, la multiplication peut être ramenée à une suite de produits partiels puis d'additions
- En base 2, la division peut être ramenée à une suite de soustractions et de tests