

$3 + 0 + 6 + 6 = 15$

IUT de Paris - Dép. Informatique - Analyse et Méthodes numériques - Interrogation Mars 2018

Sans portable, sans document. Durée : 30min. Il est demandé de justifier vos réponses. Attention ce sujet contient deux pages.

Exercice 1

1. Compléter les égalités suivantes (on ne demande pas de justification):

(a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (e-3)^n = \dots \infty$

(d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} -10^{-324} \times n! + n^{324} = \dots \infty$

(b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n} = \dots 0$

(e) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 e^n}{2^n} = \dots \infty$

(c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n - n^2}{2^n - 2} = \dots \infty$

(f) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n} \ln n}{n^2} = \dots 0$

2. Justifier votre réponse pour la e) uniquement:

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 e^n}{2^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n}{2^n}$ car n^3 est négligeable devant e^n

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n}{2^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{n \ln(2)}}{e^{n \ln(2)}}$ ou $\ln(2)$ est négligeable devant n ?

~~$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n}{e^{-\ln(2)}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n}{e^n} = 1$~~

Exercice 2

1. Compléter les égalités suivantes:

(a) $\log_2(8) = \dots 3$

(d) $\log_2(2^{10}) = 10$

(b) $\log_2(2) = 1$

(e) $\log_5(5) = 1$

(c) $\log_2(1) = 0$

(f) $\log_e(e) = 1$

2. Compléter le script Scilab ci-dessous de sorte que la fenêtre graphique renvoie le graphe de la fonction $n \mapsto T(n)$, pour n allant de 100 à 1000, où:

- n est la taille d'une matrice A aléatoire symétrique
- $T(n)$ le temps de calcul de A^{10} utilisant une diagonalisation de A

```
n=100:20:1000;
```

```
j=1
```

```
for i=.n.. /
```

```
R=rand(i,i);
```

```
A=R'*R;
```

```
timer();
```

```
[P...D...]=spec(A);
```

```
B=.P...*diag(diag(D).^10)*inv(P); /
```

```
T(j)=timer(); /
```

```
j=j+1
```

```
end
```

```
clf();
```

```
plot2d(n,T);
```