UNIVERSITÉ
PARIS
DESCARTES

IUT

DÉPARTEMENT INFORMATIQUE

DISCIPLINE : Mathématiques

Date de l'épreuve : 04/06/18

Année : 1 **Groupe :** 112

NOM : LAPOSTOLET (en capitales) Écrire très lisiblement

Prénom : Alixène

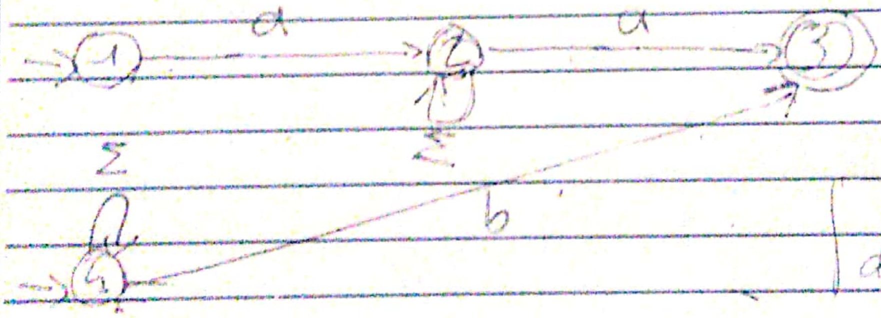
NOTE DE 0 À 20	APPRÉCIATIONS
06,5/20	3,5 + 1,5 + 1,5 + 0

Ne rien écrire dans cette marge

Exercice 1

a) $a\Sigma^*a \mid \Sigma^*b$

b)



On vous demandait d'utiliser 5 états

c)

	a	b
→1	2	
2	2,3	2
3+		
→4	4	3,4

Cet automate n'est pas complet car pour chaque caractère x de Σ, il n'existe pas au moins un état f pour lequel la transition (e, x, f) est une transition de Θ (état 3).

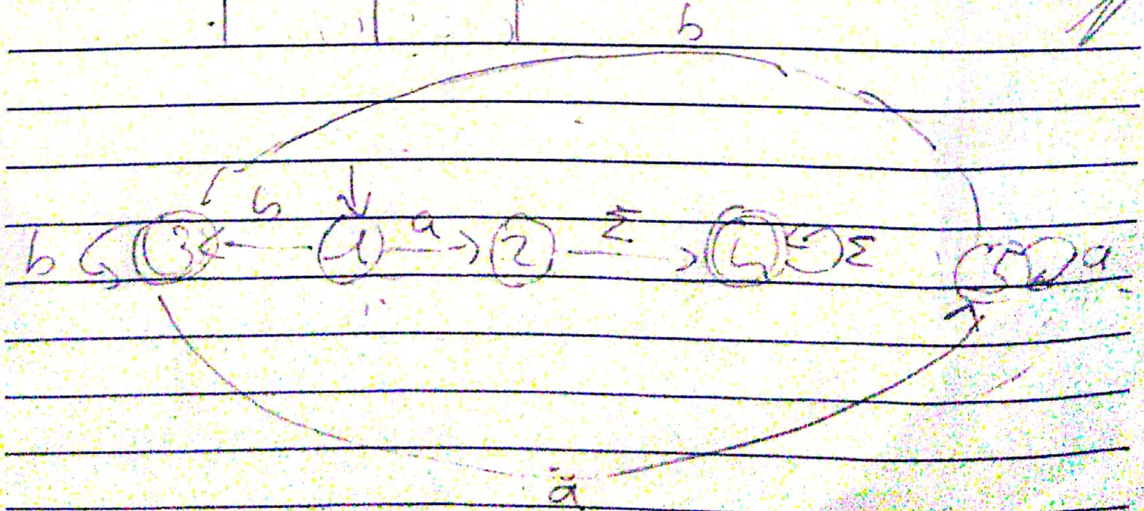
Cet automate n'est pas déterministe, car pour chaque caractère x de Σ, il n'existe pas au plus un état f pour lequel la transition (e, x, f) est une transition de Θ. (état 2, état 5).

d) On utilise l'Algorithme de subset construction, on va construire un Afdc équivalent à Ao.

	a	b
→ {1, 4} 1	{2, 4} 2	{3, 4} 3
{2, 4} 2	{2, 3, 4} 4	{2, 3, 4} 4
{3, 4} 3	{4} 5	{3, 4} 3
{2, 3, 4} 4	{2, 3, 4} 4	{2, 3, 4} 4
{4} 5	{4} 5	{3, 4} 3

	a	b
→ 1	2	3
2	4	4
3 +	5	3
4 +	4	4
→ 5	5	3

OK



Méthode

A : 3,4

$\bar{A}$: 1,2,5

L_0 : ((3,4), (1,2), (1,5), (2,5))

	a	b
~~3,4~~	~~4,5~~	
~~1,2~~	~~2,4~~	
1,5	2,5	3
~~2,5~~	~~4,5~~	

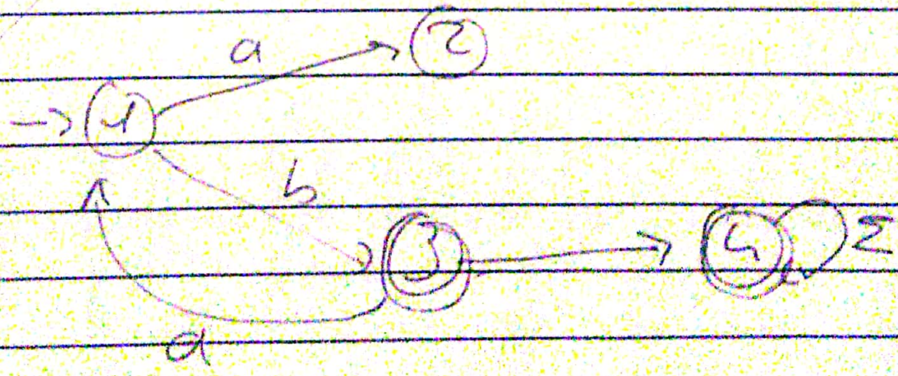
~~On fusionne 1 et 5~~

$L_1 = \{(1,5)\}$

$L_2 = \emptyset$

erreur de méthode

	a	b
→1	2	3
2	4	4
3 +	1	3
4 +	4	4



Annah:

Exercice 2

a) L est le langage des mots qui ne commencent ~~et~~ ne finissent pas par a ~~ou~~ qui ne finissent pas par b.

NON

b) B_0 est équivalent à A_1 ceci près que ses états acceptants et non acceptants ont été inversés.

Or on sait que si un langage L est reconnu par un automate, $\bar{L}$ est reconnu par un automate équivalent mais avec ses états acceptants et non acceptants inversés.

Où est cet automate?

NON

B_1 est équivalent à A_2 or A_2 est équivalent à A_1. En suivant le même raisonnement qu'au dessus, on peut affirmer que B_1 reconnaît également $\bar{L}$.

c)

$G = \{\Sigma, NT = \{S, X, Y, Z\}, S, \{S \to aX \mid bY \mid \varepsilon$
$X = \varepsilon$, $Y = bY \mid aZ$, $Z = aZ \mid bY \mid \varepsilon$

d) Cette grammaire est linéaire car les membres de gauche sont des singletons de NT. Elle n'est pas algébrique car les membres de droite

Oui!

Exercice 4

8/..

a) Cette grammaire n'est pas linéaire car le membre de gauche n'est pas un singleton de NT.
Elles est algébrique car non linéaire.

Elles n'est pas régulière car pas de la forme $S \to aX$ avec $S, X \in NT$ et $a \in \Sigma$.

b) $S \xrightarrow{R_1} Xb \mid aX$, $X \xrightarrow{R_2} aX \mid bX \mid \varepsilon$, $Y \xrightarrow{R_3} aX \mid \varepsilon$

Mots contenant S $\xrightarrow{R_2}$ Mots contenant X

$\downarrow$

Mot de $L(G')$

~~R1~~

il manque plusieurs règles !!

elle est régulière car la grammaire de droite est de forme $X \to \alpha Y$ avec $X \in NT$ et $\alpha \in \Sigma$

c)

$S \to aX \mid bY \qquad Y \to bY \mid aZ$

$S \to a\varepsilon \mid b? \qquad Y \to b^*aZ$

$S \to a \mid bY \mid aZ$

$S \to a \mid bb^*aZ \mid a(bb^*a)^*a^*Z \qquad Z \to aZ \mid bY$

$S \to a \mid bb^*a(bb^*a)^*a^* \mid a(bb^*a)^*a^* \qquad Z \to a^* \mid bY$

$Z \to a^* \mid b(b^*aZ)$

$Z \to a^* \mid bb^*aZ$

$Z \to bb^*aZ \mid a^*$

$Z \to (bb^*a)^*a^*$

$L = a \mid bb^*a(bb^*a)^*a^* \mid a(bb^*a)^*a^*$

Rédigez ! On n'y comprend rien !

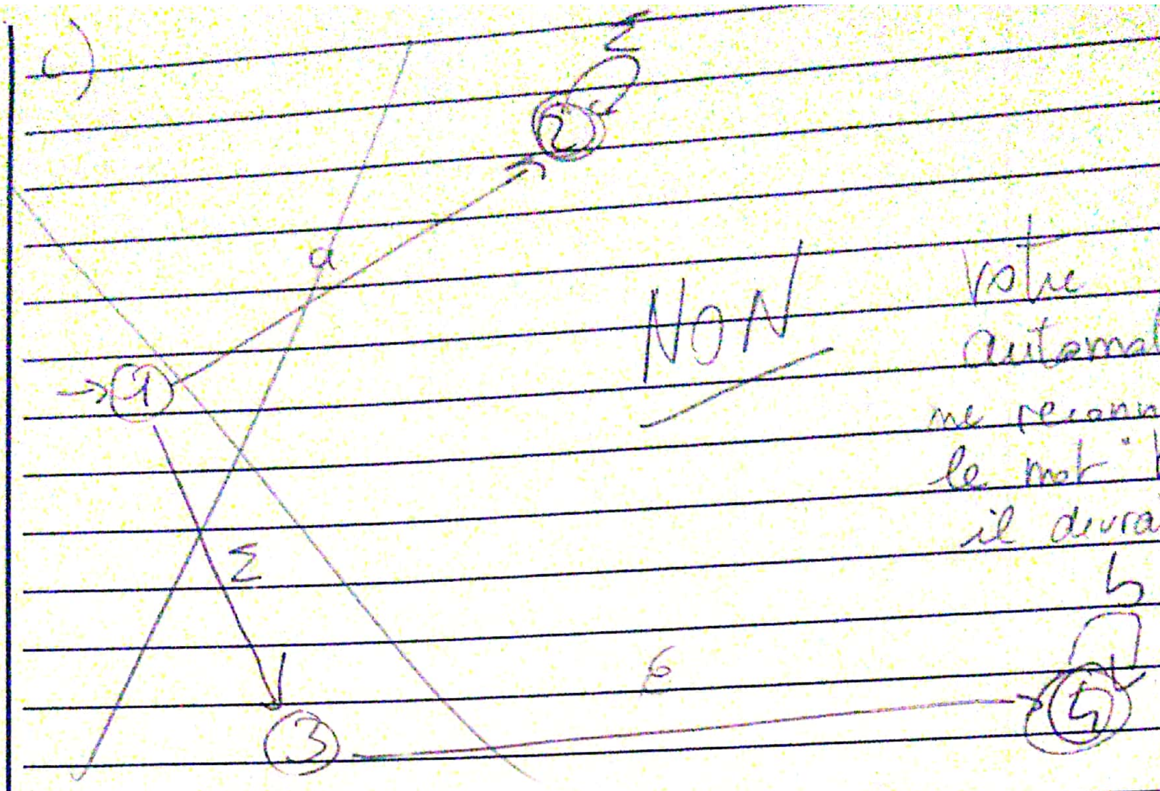
Exercice 3

a) C'est le langage des mots qui commencent par a ou qui finissent par b.

b) On peut dire que L' est inclus dans L.

NON
c'est le contraire

c)



NON

Votre automate ne reconnait pas le mot "bab", il devrait !

d) On utilise l'algorithme de subsetconstruction pour construire un Afdc équivalent à A_6

erreurs

	a	b
→{1} 1	~~{2,3} 2~~	{3,4} 3
{2,3} 2 +	~~{2} 4~~	{2} 4
{3,4} 3 +	∅ 5	{4} 6
{2} 4 +	{2} 4	{2} 4
~~∅~~ 5	∅ 5	~~∅~~ 5
{4} 6 +	∅ 5	{4} 6

	a	b
→1	2	3
2+	4	4
3+	5	6
→4+	4	4
5	5	5
6+	5	6

e) On utilise Nérode pour réduire :
$A = 2,3,4,6$ $\bar{A} = 1,5$

Rédigez !

	a	b
~~2,3~~	~~4,5~~	
2,4	4	4
~~2,6~~	~~4,5~~	
~~3,4~~	~~2,5~~	
3,6	5	6
~~4,6~~	~~4~~	~~5,6~~
~~1,5~~	~~2,3~~	

$L_0 = (2,3)(2,4)(2,6)$
$(3,4),(3,6)(4,6)$
$(1,5)$

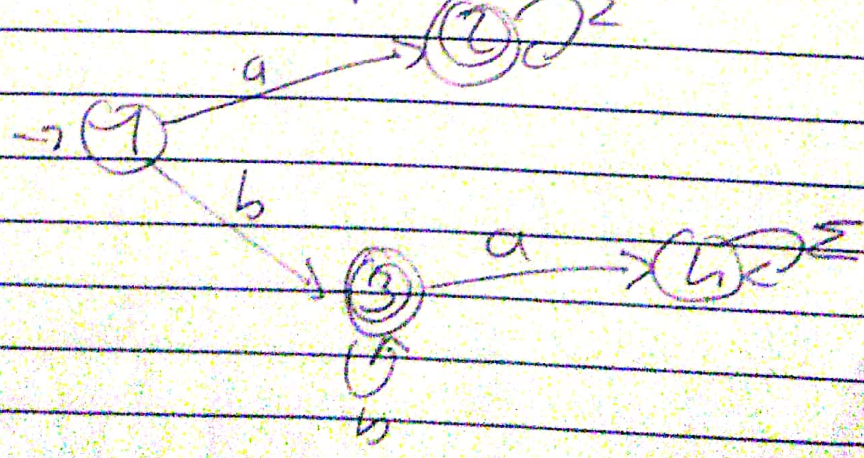
$L_1 = ((2,4),(3,6))$

On fusionne
- 2 et 4
- 3 et 6 OK

	a	b
- 1	2	3
2 +	2	2
3 +	4	3
4	4	4

à faire !!

On a :



pas cohérent

Théorie des langages – DST du 4 juin 2018

durée 2h - sans document, sans calculatrice, sans portable

Justifiez vos réponses. La note tiendra compte de la qualité des explications et des justifications.

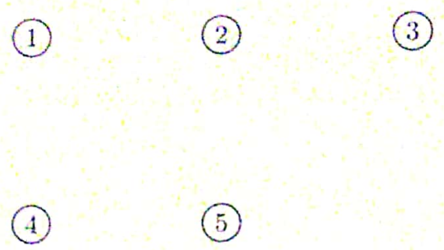
Dans tout le problème, on considère l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

Question 1. ***(Environ 5 points.)***

Soit L le langage des mots qui commencent et finissent par a OU qui finissent par b.

(a) Donner une expression régulière de L.

(b) Proposer un automate fini $\mathcal{A}_0$ à quatre états, sans ϵ−transition, qui reconnaisse L. Les états seront nommés de 1 à 5, et seront disposés selon le modèle ci-dessous :



L'AF peut posséder plusieurs états initiaux et plusieurs états finaux.

(c) Écrire la table de transition de cet automate. Cet automate est-il déterministe ? complet ? Justifiez vos réponses.

(d) En appliquant un algorithme du cours (que l'on nommera), déterminer un AFdc $\mathcal{A}_1$ équivalent à $\mathcal{A}_0$ (on devrait trouver un AFdc à 6 états). Vous n'oublierez pas de récapituler la table de transition de l'AFdc obtenu, en numérotant les états de 1 à 6. Vous dessinerez également l'AFdc obtenu en disposant les états selon le modèle ci-dessous :

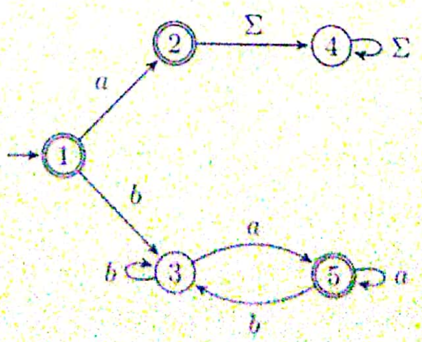
(e) En appliquant un algorithme du cours (que l'on nommera), déterminer l'AFdc minimal $\mathcal{A}_2$ équivalent à $\mathcal{A}_1$ (on précisera les états que l'on peut fusionner, on déterminera la table de transition de l'AFdc minimal obtenu et on donnera une représentation sagittale de cet AFdc minimal).

Question 2. ***(Environ 5 points.)***

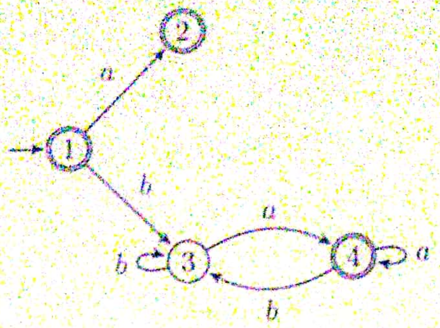
On considère à présent le langage $\bar{L}$.

(a) Décrire avec des mots usuels le langage $\bar{L}$.

(b) Justifier que l'automate $\mathcal{B}_0$ ci-dessous reconnait le langage $\bar{L}$.



En déduire que l'automate $\mathcal{B}_1$ ci-dessous reconnait également le langage $\bar{L}$.



(c) En associant chaque état de B_1 à un symbole non terminal, déterminer une grammaire G reconnaissant $\bar{L}$.

(d) Cette grammaire est-elle algébrique ? linéaire ? régulière ? Justifiez vos réponses.

(e) En utilisant le théorème d'Arden, déterminer une expression régulière de $\bar{L}$.

Question 3. ***(Environ 5 points.)***

Soit $L' = a\Sigma^* \mid \Sigma^* b$.

(a) Décrire avec des mots usuels ce langage.

(b) Que pouvez-vous dire de L et L' (d'un point de vue ensembliste, par exemple) ?

(c) Déterminer un AF à quatre états, avec un unique état de départ et une ε-transition qui reconnaisse L'. On notera $\mathcal{A}'_0$ cet automate. Les états seront nommés 1 à 4, et seront disposés selon le modèle ci-dessous :

(d) En utilisant un algorithme du cours (que l'on nommera), déterminer un AFdc $\mathcal{A}'_1$ qui reconnaisse L' et qui ne possède pas d'ε-transition.

(e) En appliquant un algorithme du cours (que l'on nommera), déterminer l'AFdc minimal $\mathcal{A}'_2$ équivalent à $\mathcal{A}'_1$: on précisera sa table de transition et on en donnera une représentation sagittale.

Question 4. ***(Environ 5 points.)***

On définit la grammaire G' par

$$G' = (\Sigma, NT = \{S, X\}, S, \{S \to Xb \mid aX, X \to aX \mid bX \mid \varepsilon, Y \to aX \mid \varepsilon\}).$$

(a) Cette grammaire est-elle algébrique ? linéaire ? régulière ? Justifiez vos réponses.

(b) Déterminer une chaîne de production pour cette grammaire.

(c) En déduire une forme générale des squelettes des dérivations des mots de $L(G')$.

(d) Montrer que $L(G') = L'$.

(e) Déduire de la question 3.e) une grammaire régulière équivalente à G'.