

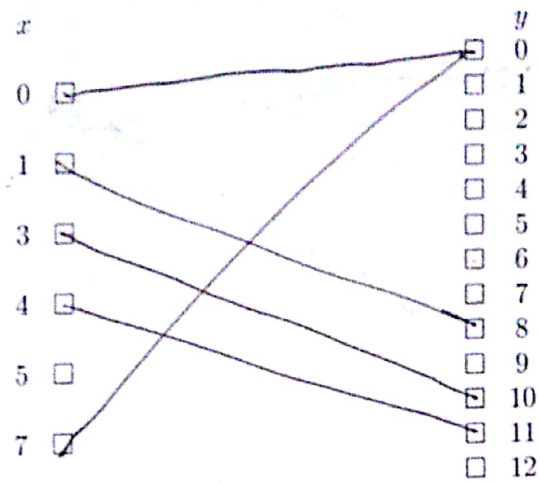
9,5

NOM: LAPOSTOLLET Prénom: Arsène Groupe: 109

IUT Paris Descartes, Dpt Informatique, Arithmétique

Sans calculatrice, sans téléphone portable, sans document - Durée : 30min.

Exercice 1 (5 points) Pour chaque x de la colonne de gauche et chaque y de la colonne de droite, relier x à y si $x = y [7]$.



2/5

Exercice 2 (10 points)

1. En appliquant l'algorithme d'Euclide, calculer le PGCD de 458 et 45. En déduire une relation de Bézout entre 458 et 45

	x	y	a x + b y	quotient
L1	1	0	458	10
L2	0	1	45	5
L3	1	-8	41	1
L4	-5	41	37	1
L5	-16	-131	32	1
L6	-27	303	27	2
L7	43	-434	0	

on a donc la relation de Bézout:

~~458 x 43 + 45 x (-434) = 1~~

2

On devrait trouver : $17 \times 458 - 173 \times 45 = 1$

2. Déterminer l'inverse de 458 modulo 45 dans $\mathbb{Z}/45\mathbb{Z}$ en indiquant le plus petit entier positif.

D'après la relation de Bézout, l'inverse de 458 modulo 45 dans $\mathbb{Z}/45\mathbb{Z}$ est -11.

3. Déterminer l'inverse de 17 modulo 45 dans $\mathbb{Z}/45\mathbb{Z}$ en indiquant le plus petit entier positif.

D'après la relation de Bézout, l'inverse de 17 modulo 45 dans $\mathbb{Z}/45\mathbb{Z}$ est

$$458 - 10 \times 45 = 8$$

4. Déterminer l'inverse de 173 modulo 17 dans $\mathbb{Z}/17\mathbb{Z}$ en indiquant le plus petit entier positif.

D'après la relation de Bézout, l'inverse de 173 modulo 17 dans $\mathbb{Z}/17\mathbb{Z}$ est

$$-45 - 2 \times 17 = -11$$

Exercice 3 (5 points) On entre dans Scilab la commande :

```
> [d,M] = bezout(int32(535), int32(278))
```

M =

```
-53 -278  
102 535
```

d =

```
1
```

1. Quelle quantité est renvoyée dans la variable d?

C'est 1

2. 535 et 278 sont-ils premiers entre eux?

Oui car leur PGCD est 1

3. À l'aide du résultat renvoyé par Scilab, donner une relation de Bézout entre 535 et 278.

D'après Scilab on a : $(-53) \times 535 + 102 \times (-278) = 1$

4. Comment tester avec Scilab si $225 \equiv -53[278]$? Expliquer.

Question bonus : Qui était Euclide ? Euclide était un mathématicien grec de l'antiquité connue notamment pour ses travaux en arithmétique et en géométrie plane.

APOSTOLET Avenue GRP 109

h58 x h34 h5 x h34

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 14 \\
 \hline
 h58 \\
 43 \\
 \hline
 1374 \\
 1832 \\
 \hline
 19694
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 14 \\
 12 \\
 \hline
 h36 \\
 45 \\
 \hline
 2120 \\
 1736 \\
 \hline
 19530
 \end{array}$$

3-47 6.77
1=

$$\begin{array}{r}
 \overbrace{h58} \\
 h5 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 | h5 \\
 | h0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 h58 | h5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 + 134 \\
 300 \\
 \hline
 434
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 27 \\
 76 \\
 \hline
 43
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 h h \\
 3 \\
 \hline
 1 \\
 262 \\
 \hline
 47
 \end{array}$$