IUT de Paris – Dép. Informatique – Logique A – Interrogation du 6 décembre 2017

NOM : LAPOSTOLET

Prénom : Alsène

Groupe : 109

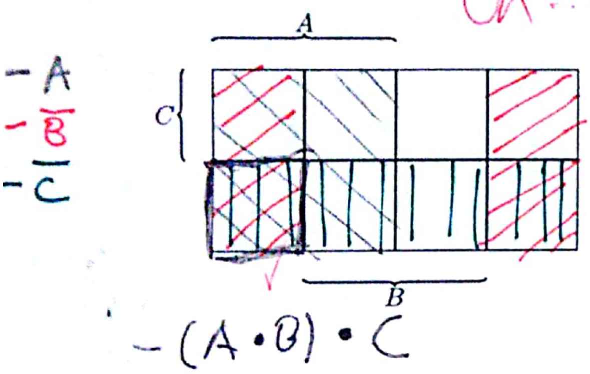
Note : 18/20

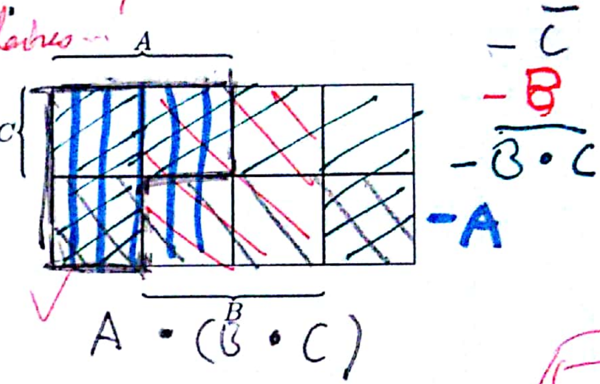
Félicitations, continuez ainsi !

Durée : 30 minutes – Sans documents, sans calculatrice, sans portable
Il est explicitement demandé de porter sur la feuille le détail de tous les calculs.

Exercice 1 On définit l'opération • sur les ensembles par : $A \bullet B = A \cap \overline{B}$.
a) Déterminer, en remplissant les deux diagrammes de Karnaugh ci-dessous, les ensembles $(A \bullet B) \bullet C$ et $A \bullet (B \bullet C)$.
En déduire que l'opération • n'est pas associative.
N'oubliez pas les légendes !

OK... Vos légendes ne sont quand même pas hyper claires...





5

D'après les diagrammes de Karnaugh, on voit que $(A \bullet B) \bullet C \neq A \bullet (B \bullet C)$. On peut donc dire que l'opération • n'est pas associative

b) On définit le connecteur logique ▷ par : $p \triangleright q \equiv p \wedge (\neg q)$.
b.1) Quel est l'analogue ensembliste de cet opérateur?

L'analogue ensembliste de cet opérateur est • ~~la différence symétrique, notée Δ~~

b.2) Les expressions logiques $(p \triangleright q) \triangleright r$ et $p \triangleright (q \triangleright r)$ sont-elles identiques ? ☐ oui ☒ non car

$(p \triangleright q) \triangleright r \equiv (p \wedge \neg q) \wedge (\neg r)$
$\equiv (p \wedge \neg r) \wedge (\neg q \wedge \neg r)$

et $p \triangleright (q \triangleright r) \equiv p \wedge \neg(q \wedge \neg r)$
$\equiv p \wedge (\neg q \vee r)$
$\equiv (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge r)$

2

Or $(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge r) \neq (p \wedge \neg r) \wedge (\neg q \wedge \neg r)$ . . .

Scanned by CamScanner

c) Trouver une expression logique la plus simple possible de l'expression $e \equiv \neg\{(q \triangleright \mathbf{0}) \wedge (p \triangleright q)\}$

$e \equiv \neg \{(q \triangleright 0) \wedge (p \triangleright q)\}$

$\equiv \neg \{(q \wedge \neg 0) \wedge (p \wedge \neg q)\}$

$\equiv \neg \{(q \wedge 1) \wedge (p \wedge \neg q)\}$

$\equiv (\neg q) \vee \neg(p \wedge \neg q)$

$\equiv (\neg q) \vee (\neg p \vee q)$

$\equiv (\neg q \vee \neg p) \vee \cancel{(\neg q \vee q)}$ — Pas de distributivité à appliquer ici...

$\equiv (\neg q \vee \neg p) \vee 1$

$\equiv 1$

OK !

3

Exercice 2 On définit sur $\mathbb{R}$ la relation $\mathcal{R}$ par : $x\mathcal{R}y$ si et seulement si $x^2 - y^2 = 0$.

Cette relation est-elle réflexive ? ☒ oui ☐ non car

$x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = y^2$ donc $xRy : x^2 = y^2$
donc $xRx : x^2 = x^2$ or $x^2 = x^2$
donc xRx est bien définie

Cette relation est-elle symétrique ? ☒ oui ☐ non car

$x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = y^2$ donc $xRy : x^2 = y^2$
or $yRx : y^2 = x^2$ et $y = x^2 \Leftrightarrow x^2 = y^2$
donc $xRy \Leftrightarrow yRx$

Cette relation est-elle transitive ? ☒ oui ☐ non car

$x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = y^2$ donc $xRy : x^2 = y^2$
or $yRz \Leftrightarrow y^2 = z^2$ et si $x^2 = y^2$ et $y^2 = z^2$
alors $x^2 = z^2$ donc on a : xRy et $yRz \Rightarrow xRy$

6

Conclusion : $\mathcal{R}$ définit-elle une relation d'équivalence ? Justifier

On a vu que R est : - transitive
- symétrique
- réflexive

On peut donc dire que R définit une relation d'équivalence

2