Complexes :

θ	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\cos\theta$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
$\sin\theta$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1

$z = \rho e^{i\theta}$

$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{\rho}\, e^{i\left(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)}$

$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2$

DL :

$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$

$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots + (-1)^n x^n + o(x^n)$

$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + (-1)^{n+1}\frac{x^n}{n} + o(x^n)$

$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} + o(x^n)$

$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + o(x^5)$ $\qquad$ $\text{ch}\, x = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + o(x^4)$

$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + o(x^5)$ $\qquad$ $\text{sh}\, x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + o(x^5)$

Dérivation / Intégrale

f	f'	$\int f$
λ	0	$\lambda x + C$
x	1	$(x^2/2) + C$
x^n	nx^{n-1}	$(x^{n+1})/(n+1) + C$
$1/x$	$-1/x^2$	$\ln(x) + C$
$1/x^n$	$-n/x^{n+1}$	$-1/[(n-1)x^{n-1}] + C$
$\sqrt{x}$	$1/2\sqrt{x}$	$2\sqrt{x} + C$
$\ln x$	$1/x$	$x\ln x - x + C$
e^x	e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$\cos x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$-\sin x$	$\sin x + C$
$\tan x$	$1/\cos^2 x$	$\tan x + C$

$(fg)' = f'g + g'f$ $\qquad$ $(e^f)' = f'e^f$

$(g \circ f)' = (g' \circ f) f'$ $\qquad$ $(\ln f)' = \frac{f'}{f}$

$(f^\alpha)' = \alpha f^{\alpha-1} f'$

Riemann : $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ $\alpha > 1 \to$ cvg

Bertrand : $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha (\ln n)^\beta}$ $\alpha > 1$ ou $\alpha = 1$ et $\beta > 1$ $\to$ cvg

Alternée :
$(-1)^n a_n \to$ cvg

$a_n \le b_n$: $\sum_n b_n$ cvg $\to \sum_n a_n$ cvg

$\sum_n a_n$ dvg $\to \sum_n b_n$ dvg

$a_n \sim b_n$: $\sum_n a_n$ cvg ssi $\sum_n b_n$ cvg.

Alembert : $0 \le L < 1 \to$ cvg

$L = \lim_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ $\quad L > 1 \to$ dvg

Cauchy : $L = \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a_n}$

$0 \le L < 1 \to$ cvg

$L > 1 \to$ dvg

Décomposition elt simple

1) Isoler A, B ... en multipliant par leur dénominateur

2) Se placer en un pt fixé pour disp les autres et résoudre

Télescopage : Écrire le calcul et repérer le motif de simplification.

Equa Diff :

Ordre 1 :

1) Pb homogène
2) Remplacer sol. 1) dans pb inhomogène
3) Résultat de 2) × le facteur de λ dans solution homogène

Ordre 2

1) Pb homogène (polynome)
2) $\Delta > 0$: λ_1, λ_2 réelles
$y_1(t) = e^{\lambda_1 t}$ $\quad y_2(t) = e^{\lambda_2 t}$
$\Delta = 0$: λ réelle :
$y_1(t) = e^{\lambda t}$ $\quad y_2(t) = te^{\lambda t}$
$\Delta < 0$, racines complexes conjuguées $\alpha \pm i\beta$
$y_1(t) = \cos(\beta t)e^{\alpha t}$
$y_2(t) = \sin(\beta t)e^{\alpha t}$

3) Chercher $y_p(t)$
$y(t) = y_p(t) + c_1 y_1(t) + c_2 y_2(t)$
) Trouver les constantes (conditions init) $\to$ système

Ordre n :

1) Pb homogène :
2) Pour chaque racine λ :
λ simple : $C_0 e^{\lambda t}$
λ double : $C_1 e^{\lambda t} + C_2 t e^{\lambda t}$
λ multiple : $(C_0 + C_1 t + \dots + C_{n-1} t^{n-1}) e^{\lambda t}$
Si λ complexes,
+ constantes